ALCALDÍA DE SANTIAGO DE CALI SECRETARÍA DE DESARROLLO TERRITORIAL Y BIENESTAR SOCIAL	INSTITUCION EDUCATIVA TECNICO INDUSTRIAL LUZ HAYDEE GUERRERO MOLINA PROGRAMA MATEMTÁTICAS	

IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA DE APRENDIZAJE

DBA 1	GRADO 8	SEGÚNDO PERIODO

TÓPICO GENERATIVO:

¿PARA QUÉ UTILIZO LOS NÚMEROS EN LA VIDA?

Todos nos hemos preguntado alguna vez para qué sirve aprender álgebra en la vida cotidiana, muchos estudiantes a nivel medio superior tratan de facilitar su futuro buscando una carrera profesional que no tenga relación alguna con este tema, pero esto siempre estará presente en la vida de todo ser humano, tenga la especialidad que tenga. Todos nosotros pensamos de manera algebraica alguna vez, por ejemplo, para resolver o facilitar un problema matemático podemos acudir a una calculadora o a un formato Excel para exponer la ecuación con una simbología, estamos seguros de que el ordenador lo resolverá; pero nosotros ponemos de nuestra parte ya que de manera mental vamos analizando y repitiendo valores para que la máquina entienda y lo solucione. No hay que ver el álgebra como sólo literales, sumas o factorizaciones; también hay que verlo como un ejercicio mental, pues abre la mente, encuadra el pensamiento y ejercita el cerebro para poder resolver problemas de cualquier índole en nuestra vida cotidiana; haremos algoritmos con pasos a seguir y analizaremos a detalle cada situación, ya que si uno aprende bien el álgebra también aprenderá a hablar con las palabras correctas, haciendo de lo complicado algo más simple. No sólo es aprender por aprender, podemos retomar todo este conocimiento y manejarlo de manera inteligente, aquí es donde nos percataremos de su gran importancia.

METAS DE COMPRENSIÓN:

1. El estudiante reconoce y aplica las relaciones entre una expresión algebraica y una expresión numérica.
2. El estudiante reconoce expresiones en los cuales se presentan se identifican sus partes.
3. El estudiante establecerá según el número de términos él tipo de expresión

1 Expresiones algebraicas

Pensamiento variacional

Saberes previos

La suma de un número, más el doble del mismo número, más el triple del mismo número es 24. ¿Cuál es ese número? ¿Podrías escribir la situación expresada en forma general?

Analiza

Una empresa de aseo tiene varias tarifas. En una oficina cobra a \$ 35 000 la hora y en un hotel cobra \$ 10 000 más por hora.

- ¿Cuáles serían las expresiones que se obtienen de esta situación?

Conoce

Para modelar la situación es necesario identificar las variables que intervienen y la relación entre ellas. En este caso, el costo del servicio depende de la variable tiempo. Entonces, denominaremos con t el tiempo en horas del servicio prestado, pues esto nos permite traducir la situación de la siguiente manera:

Prestación de servicio en oficina	Prestación de servicio en hotel
$35\,000 \cdot t$	$35\,000 \cdot t + 10\,000 \cdot t$

Teniendo en cuenta las expresiones, podemos averiguar cuánto dinero debe cobrar la empresa según las horas de servicio prestado.

Una **expresión algebraica** es una combinación de cantidades numéricas y literales, relacionadas por las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Las letras reciben el nombre de **variables**.

Ejemplo 1

Las siguientes expresiones son algebraicas:

$2x^3 + 5xy \qquad \sqrt{a - 3ab} \qquad \dfrac{\sqrt{m+n} - 4}{(m+3)^2 - \sqrt{m}}$

1.1 Tipos de expresiones algebraicas

- **Expresiones algebraicas enteras:** en ellas intervienen las operaciones básicas y los exponentes de las variables son números enteros positivos.
- **Expresiones algebraicas racionales:** tienen algunas variables en el denominador.

Ejemplo 2

Estas son expresiones algebraicas enteras: $6x - 58z$, $\dfrac{2x-1}{-2}$ y $2x^2 - 4xy^2 + 6y^3$.

- **Expresiones algebraicas irracionales:** contienen expresiones radicales en sus términos o variables con exponente racional no entero.

Ejemplo 3

Estas son expresiones algebraicas irracionales: $5m + 8\sqrt{a}$ y $-\dfrac{1}{3}y^2 - z^{\frac{1}{5}}$.

1.2 Valor numérico de una expresión algebraica

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene de sustituir la parte literal de la expresión algebraica por números determinados y aplicar las operaciones indicadas en la expresión.

Ejemplo 4

Para calcular el valor numérico de $\dfrac{\dfrac{a^2}{b^2}+\dfrac{4b^2}{a^2}}{\dfrac{a^2}{8b}} + ab + \dfrac{a}{b}$, para $a = 4$ y $b = 2$. Se sustituyen las variables por los valores dados, es decir, por $a = 4$ y $b = 2$. Después, se aplican las operaciones correspondientes.

$$\frac{\dfrac{4^2}{2^2}+\dfrac{4\cdot 2^2}{4^2}}{\dfrac{4^2}{8\cdot 2}} + 4\cdot 2 + \frac{4}{2} = \frac{\dfrac{16}{4}+\dfrac{16}{16}}{\dfrac{16}{16}} + 8 + \frac{4}{2} = \frac{4+1}{1} + 8 + 2 = 15$$

Actividades de aprendizaje

Comunicación

1. Escribe las expresiones algebraicas correspondientes a cada uno de los enunciados:

Enunciado	Expresión algebraica
El 20% de un número.	
El área de un triángulo de 9 cm de altura y base desconocida.	
El doble de la edad que tendré dentro de seis años.	
El área de un rectángulo del que se sabe que su base es la mitad de su altura.	
La diferencia de los cuadrados de dos números.	

Tabla 2.1

Ejercitación

2. Determina el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas, sabiendo que $x = -2$, $y = 3$ y $z = 4$.

a. $3x^2y - 2xy^2$

b. $-\dfrac{1}{2}x^3y^2 + 3x^2z^2$

c. $x^2(y - 2) - y(x + 2) + 3y^3$

d. $\dfrac{2}{3}x^3y^2z - 5x^2y^3z^2 + 10$

e. $\dfrac{3}{4}xy^2z^3 - x^2y^3z^2 + x^3y^2z^3 - \dfrac{1}{2}$

3. La energía potencial está dada por la expresión $Ep = mgh$, donde m es la masa, g es la gravedad ($g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$) y h la altura.

- Según esta información, completa la Tabla 2.2

Ep				
m	0,2 kg	0,5 kg	0,75 kg	0,8 kg
h	1,5 *m*	2 *m*	0,8 *m*	1,2 *m*

Tabla 2.2

Evaluación del aprendizaje

Observa las figuras y plantea la expresión algebraica correspondiente a su perímetro.

a.

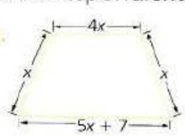


Figura 2.1

b.

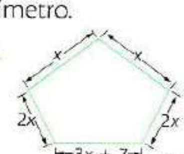


Figura 2.2

Estilos de vida saludable

Sofía duerme tres horas diarias más de lo que duerme Isabela. Si x representa el número de horas que duerme Isabela, ¿cuál es la expresión algebraica que representa el número de horas que duerme Sofía en una semana? Un buen descanso ayuda a conseguir bienestar mental y emocional. ¿Qué sucede si no duermes lo suficiente?

2 Polinomios

Saberes previos

Mateo dice que si reemplazas por 4 la x en la expresión $2x^2 + x + 3$ sabrás su edad. ¿Mateo es un niño o un adulto?

Analiza

Observa las dimensiones de las siguientes figuras geométricas.

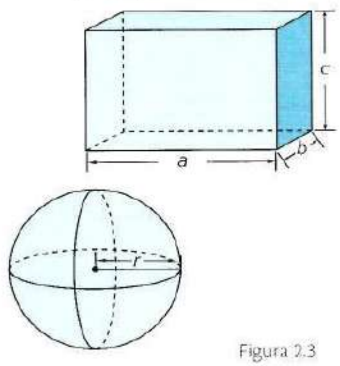


Figura 2.3

- ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo y el área de la circunferencia máxima de la esfera?

Conoce

2.1 Monomios

Para el paralelepídedo y la esfera de la Figura 2.3, se tiene lo siguiente:

Volumen $= abc$ Área $= \pi r^2$

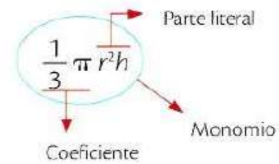
Las fórmulas abc y πr^2 forman parte de las expresiones algebraicas más sencillas llamadas monomios.

Un **monomio** es una expresión algebraica que consta de un solo término, formado por el producto de números reales y las potencias de exponente entero positivo de una o más variables.

Elementos de un monomio

Un monomio está formado por:

- Un **coeficiente**, que es la parte numérica.
- Una **parte literal**, constituida por las variables y sus exponentes naturales.



El **grado absoluto** de un monomio corresponde a la suma de todos los exponentes de las variables.

Si dos o más monomios tienen el mismo grado absoluto, son **homogéneos**. De lo contrario, son **heterogéneos**.

Ejemplo 1

- $-\frac{7}{5}x^3y^4$ es un monomio porque tiene dos variables, x, y, el coeficiente, $-\frac{7}{5}$, es un número real y los exponentes, 3 y 4, son números positivos.
- $\frac{4}{m^2}$ no es un monomio porque $\frac{4}{m^2}$ es igual a $4m^{-2}$ y, -2 es un entero negativo.

Ejemplo 2

El grado absoluto de $-3ab^2$ es 3 y el de $5x^3y^2$ es 5. Luego, $-3ab^2$ y $5x^3y^2$ son heterogéneos.

2.2 Monomios semejantes

Si los monomios tienen la misma parte literal, se dice que son **monomios semejantes**. Por lo tanto, dos monomios semejantes solo se diferencian en los coeficientes.

Ejemplo 3

$3ax^4y^5$, $2ax^4y^5$, $-\frac{7}{5}ax^4y^5$ son monomios semejantes. Por su parte, axy^3, $3a^2x^4y^5$, $-2bx^4$ no son monomios semejantes.

2.3 Polinomios

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por varios monomios no semejantes.

Los monomios que conforman un polinomio se denominan **términos** del polinomio.

Términos

$$11x^3y - 7xy^2 + 5x - 13$$

Polinomio

El **grado absoluto** de un polinomio es el mayor de los grados de los términos que contiene el polinomio.

Grado del monomio

$3 + 1 = 4$		$1 + 2 = 3$		1		0	
$11x^3y$	$-$	$7xy^2$	$+$	$5x$	$-$	13	es de grado 4.

A los polinomios de dos o tres términos, se le denomina **binomios** o **trinomios**, respectivamente. Cuando un polinomio tiene más de tres términos, se le denomina simplemente **polinomio**.

Ejemplo 4

Estos son ejemplos de binomios, trinomios y polinomios.

- Binomios: $x^2 + 9$ y $162 - 2x$
- Trinomios: $8m^2 + 26m - 24$ y $3a^2 + 8a + 5$
- Polinomios: $2x^5y^2 + 3x^4y - 2x^3 - 2$ y $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$

2.4 Reducción de términos semejantes en un polinomio

Los **términos semejantes** en un polinomio son los monomios que tienen su parte literal exactamente igual, es decir, son monomios semejantes.

Reducir términos semejantes en un polinomio significa agrupar en un solo monomio a los que sean semejantes. Para ello, se efectúa la suma algebraica de sus coeficientes y se escribe la misma parte literal.

Ejemplo 5

En el polinomio $2x^3y^4 + 3x^2y - 5xy + 3y^4x^3 + 4xy$, los términos $2x^3y^4$ y $3y^4x^3$ son semejantes, al igual que los términos $-5xy$ y $4xy$.

Después, se reducen los términos semejantes de la siguiente manera:

$2x^3y^4 + 3y^4x^3 = 5x^3y^4$ $\qquad$ $-5xy + 4xy = -xy$

Finalmente, el polinomio reducido queda así: $5x^3y^4 + 3x^2y - xy$.

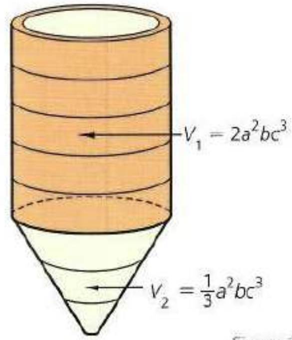


Figura 2.4

Ejemplo 6

El volumen total V del sólido de la Figura 2.4 se calcula de esta manera:

$$V = 2a^2bc^3 + \frac{1}{3}a^2bc^3$$

Como los términos $2a^2bc^3$ y $\frac{1}{3}a^2bc^3$ son semejantes, entonces:

$$V = 2a^2bc^3 + \frac{1}{3}a^2bc^3 = \left(2 + \frac{1}{3}\right)a^2bc^3 = \frac{7}{3}a^2bc^3$$

Este resultado es un monomio de coeficiente $\frac{7}{3}$ y de parte literal a^2bc^3; su grado absoluto es 6, mientras que el grado relativo con respecto a c es 3.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Completa la Tabla 2.3.

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado absoluto
$-2x^3y^2$			
$-a^3bz^4$			
πm^4n^5			
$0{,}5a^4b^5c$			

Tabla 2.3

2 Determina cuántos términos tiene cada polinomio. Luego, establece si es binomio, trinomio o polinomio.

a. $5m^2n - 3\,mn + 8$

b. $26x^3y^2 - 7x^2y$

c. $a^6b^5 + a^5b^4 - 2a^4b^5 + 4a^3b^4 - a^2b^5$

d. $p^2q - pq^2 - 1$

e. $\frac{1}{2}y^2x^4 - \frac{3}{5}x^3y^3 + \frac{1}{3}y^4x^2 - \frac{5}{6}$

3 Determina si los siguientes monomios son homogéneos o heterogéneos.

a. $7a^2b^3$ y $-2x^2y^3$

b. $-3m^6n^4p$ y $3x^7y^5$

c. $11p^3q^2r$ y $11pq^2r^4$

d. $\sqrt{3}\,h^3r^2$ y $\sqrt{3}\,rh^4$

e. $\frac{1}{3}x^2y^4$ y $\frac{4}{3}xy^3$

f. $-\frac{4}{5}s^3t$ y $\frac{6}{5}s^2t^2$

4 Escribe un monomio semejante en cada caso.

a. $-11abc$

b. $13x^4y^5$

c. $5p^2q^4$

d. $27m^7n^3$

e. $12m^3n^2$

f. $-8\,z^5n^4$

5 Determina cuántas y cuáles variables diferentes tiene cada polinomio.

a. $5x^3 - 2x^2 + x - 7$

b. $3x^4y + 6x^3y^2 - 8x^2y^2 + 5xy^4$

c. $5pq^4 + 3p^2q^3 - 7p^3q^2 + r$

d. $-7m^5 + \frac{1}{2}m^4 - m^3 + \frac{1}{3}m^2 - 1$

e. $\frac{2}{3}a^4b^3c^2 + \frac{1}{4}a^3b^4c^4 - 2d$

6 Dado el polinomio $7y^4 - 3y^3 - y^2 + y - 8$, indica lo siguiente:

a. El coeficiente del segundo término.

b. El coeficiente del tercer término.

c. El exponente de la variable en el cuarto término.

d. El término independiente.

7 Suprime los signos de agrupación y reduce los términos semejantes.

a. $2x - 3\{x + 2[x - (x + 5)] + 1\}$

b. $3y^2 - 2\{y - y[y + 4(y - 3)] - 5\}$

8 Reduce los siguientes polinomios, teniendo en cuenta los términos semejantes.

a. $3a - 8b + 5a - 4c + 2a - 11b - 2c$

b. $8x^2 + 3x^3 - 5x^2 + 7x - 9x^3 - 5x^2$

c. $5m - 3m^2 + 2m - 3 + m$

d. $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{5}$

e. $\frac{8}{7}a^2 - \frac{3}{10}a^3b + \frac{1}{4}b^2 + \frac{2}{5}ba^3 - \frac{1}{7}a^2$

Razonamiento

9 Indica el grado absoluto de cada polinomio. Después, determina el grado relativo del polinomio con respecto a la variable x.

a. $7x^5y^2 - 8x^4y + 2x^3 - 1$

b. $-6x^3y^2 + y^3 + \frac{1}{3}xy - 3x^2$

c. $x^2y^2 - 9x^3y^4 + y^7 - 2x^7 + xy^5$

d. $-\frac{1}{4}xy^2z^2 + \frac{2}{3}x^2yz^3 - x^3y^3z + 2$

e. $\frac{2}{5}m^{11}x^9 - \frac{3}{4}x^4m^{15} + 5 - \frac{7}{8}m^{10}x^{10}$

10 Escribe (V) si la afirmación es verdadera y (F) si es falsa.

a. Un polinomio es una expresión algebraica. ( )

b. Dos términos con distintos coeficientes pueden ser semejantes. ( )

c. Un polinomio de tres términos y grado absoluto 3 recibe el nombre de trinomio. ( )

d. La expresión $-5x^3y + 2xy^3$ es un monomio. ( )

e. El grado relativo de un polinomio con respecto a una variable es el mayor exponente de la variable en el polinomio. ( )

11 Indica si estas expresiones son polinomios o no.

a. $m^4 - 2m^5 + 5m^2 - 3$

b. $1 - y^6$

c. $\sqrt{y} + 9y^2 + 5$

d. $\frac{2}{x^2} - x - 7$

e. $x^3 + x^5 + x^7$

f. $n - 2n^{-7} + 6$

Comunicación

12 Indica si los términos son semejantes o no. Explica.

Términos	¿Son semejantes? Sí	No	¿Por qué?
$7a^2b^3$ y $-2a^2b^3$			
$2pqr$ y $-5pqr$			
$3x^2y^3$ y $-3y^2x^3$			
$4m$ y $-\frac{1}{4}m$			

Tabla 2.4

Resolución de problemas

13 Escribe el polinomio que represente el perímetro de esta figura. Luego, halla su valor numérico si $x = 4$ m.

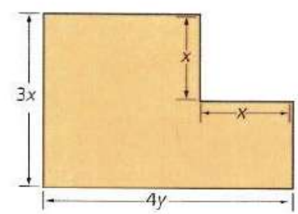


Figura 2.5

14 La longitud de un rectángulo mide 3 m más que el doble de su ancho. Si x es el ancho del rectángulo, escribe un polinomio que represente el perímetro del rectángulo y simplifícalo.

Evaluación del aprendizaje

Escribe un polinomio que cumpla las condiciones dadas.

a. Grado absoluto 5, dos variables.

b. Binomio, grado absoluto 7, una variable.

c. Trinomio, grado absoluto 12, tres variables.

d. Polinomio, grado absoluto 11, tres variables.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Resuelve las siguientes operaciones.

a. De $3x^2y$, restar $-8x^2y$.

b. Restar $-2m^3n^2$ de $-15m^3n^2$.

c. De $a^5 - 9a^3 + 6a^2 - 20$, restar $-a^4 + 11a^3 - a^2$.

d. De $\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}y - \frac{7}{9}z$, restar $-\frac{3}{5}y + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$.

e. De la suma de $a + b - 5$ con $8a - 3b + 12$, restar $2a - 6b + 21$.

f. De la suma de $8m^2 + 5$ con $-2 + 7m^2$, restar la suma de $20m - 8$ con $-m^2 + 5m$.

g. Restar la suma de $2a + b$ con $a - 3b$, de la suma de $-7a + 2b$ con $a - b$.

h. Restar $\frac{8}{3}x - \frac{1}{6}x^2$ de la adición de $x + 5x^2$ con $\frac{5}{2}x - \frac{1}{3}x^2$.

i. De la diferencia entre $3a - 2b$ y $2a - b$, restar la suma de $8a - b$ con $5 - b$.

Razonamiento

2 Escribe el polinomio que hace falta en cada operación.

a. $(-8m^3 + 4m^2 - 3) + \square = -6m^3 - 8m + 5$

b. $(3x^2y - 4xy^2 - 7x) - \square = -9x^2y + 5xy^2 - 8x$

c. $\left(\frac{1}{6}a^2 - \frac{3}{2}a\right) + \square = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a$

d. $\left(\frac{5}{7}y^3 - \frac{1}{3}y + 2\right) - \square = 6y^3 - 7y + \frac{1}{2}$

3 Completa los términos de la operación.

$$\begin{array}{rrrrrrr} 5a^2 & + & \bigcirc & + & 7b^2 & - & 30 \\ & & 5ab & - & \bigcirc & + & \bigcirc \\ \bigcirc & + & ab & - & 36b^2 & & \\ \hline -21a^2 & - & 8ab & + & 2b^2 & + & 15 \end{array}$$

4 Escribe (V) si la afirmación es verdadera y (F) si es falsa.

a. El opuesto del polinomio $-7xy + 11y$ es el polinomio $7xy - 11y$. ( )

b. $3x^4 - 2x = x^3$. ( )

c. Al restar $28xy^2$ de $35xy^2$, se obtiene $-7xy^2$. ( )

Comunicación

5 Determina el perímetro de las figuras.

a.

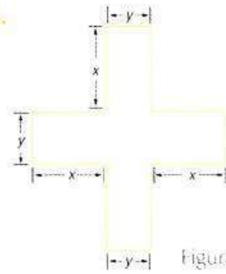


Figura 2.7

b.

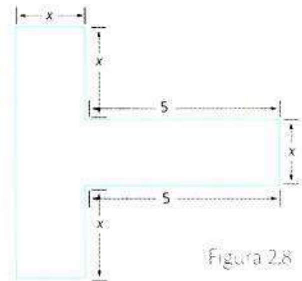


Figura 2.8

c.

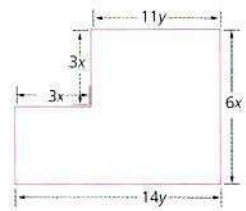


Figura 2.9

Razonamiento

6 Halla dos polinomios cuya suma sea cada uno de los siguientes polinomios.

a. $2y - 5$

b. $3m^2 + 2n - 6$

c. $-5x^3 - 6x^2\ 1\ 7x$

d. $-\frac{9}{2}a^3b^2 - \frac{9}{2}a^2b^3$

Evaluación del aprendizaje

i Un club vacacional está distribuido por zonas. La zona de deportes tienen un área de $(15mn - 5m)$, la zona verde un área de $(7mn + 10m)$ y la zona de vivienda un área de $(5mn + 3m)$. Calcula el área total del club.

ii El perímetro del triángulo es $5m^2 + 8m + 6$. Encuentra el polinomio que representa la medida del tercer lado.

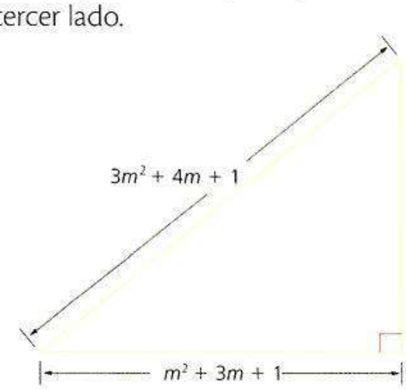


Figura 2.10

4 Multiplicación de polinomios

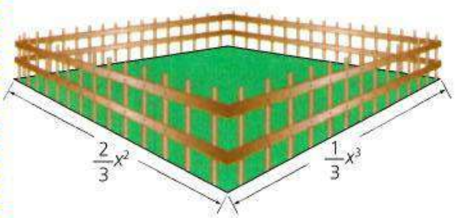
Saberes previos

Simplifica las expresiones aplicando las propiedades de la potenciación.

- 2^4
- 2^7
- 8^2
- $\left(\frac{1}{7}\right)^3$
- $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$
- $\left(-\frac{3}{8} \cdot 8^3\right)$
- 2^3

Analiza

Carlos decidió cercar un jardín para evitar que las personas al pasar dañen las flores sembradas.



- ¿Cuál es la expresión que muestra el área del jardín encerado?

Conoce

El terreno del jardín tiene forma rectangular, entonces para calcular el área, se debe multiplicar su ancho por su largo. Por lo tanto, la expresión del área es:

$$A = \frac{1}{3}x^3 \cdot \frac{2}{3}x^2$$

La multiplicación se resuelve de la siguiente manera:

1. Se multiplican los coeficientes de los términos: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

2. Se multiplica la parte literal de los términos: $x^3 \cdot x^2 = x^5$

3. Se expresa el área del terreno del jardín. $\frac{2}{9}x^5$

En general, al **multiplicar dos expresiones algebraicas,** se aplica la propiedad de las potencias de igual base y la ley de los coeficientes.

4.1 Multiplicación de monomios

La **multiplicación de monomios** se realiza multiplicando los coeficientes de las expresiones algebraicas y aplicando la propiedad de las potencias de igual base.

Ejemplo 1

Observa los productos de las siguientes multiplicaciones de monomios.

a. $(4ab^2c^3)(5a^3) = 20a^4b^2c^3$

b. $(-5x^2y^4z)(5z^3) = -25x^2y^4z^4$

4.2 Multiplicación de monomio por polinomio

Para **multiplicar un monomio por un polinomio,** se aplica la propiedad distributiva multiplicando el monomio por cada uno de los términos del polinomio y luego, se realiza el producto entre monomios. Al final, si resultan términos semejantes, se reducen.

Ejemplo 2

Observa el desarrollo de: $(5a^3b + 6ab^2 - 4a^2)\left(-\frac{2}{5}ab\right)$.

$$5a^3b \cdot \left(-\frac{2}{5}ab\right) + 6ab^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}ab\right) - 4a^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}ab\right) = -2a^4b^2 - \frac{12}{5}a^2b^3 + \frac{8}{5}a^3b$$

Ejemplo 3

Observa otra forma de multiplicar un monomio por un polinomio.

$$\begin{array}{rr} & \frac{2}{7}x^3y^2 - \frac{4}{9}x^2y + \frac{7}{8}xy \\ \times & -\frac{2}{9}x^2y \\ \hline & -\frac{4}{63}x^5y^3 + \frac{8}{81}x^4y^2 - \frac{14}{72}x^3y^2 \end{array}$$

4.3 Multiplicación de polinomio por polinomio

La **multiplicación de polinomios** se basa en la **propiedad distributiva** de la multiplicación respecto a la suma. Para multiplicar dos polinomios, se multiplica cada uno de los términos del multiplicando por todos los términos del multiplicador y, luego, se suman los resultados.

Ejemplo 4

Observa cada uno de los pasos para multiplicar los siguientes polinomios.

$$\begin{array}{lllll}
3x^2y & -\ 2xy & +\ 3y & & \\
\times & \quad xy & +\ 2y & & \\
\hline
3x^3y^2 & -\ 2x^2y^2 & +\ 3xy^2 & & \leftarrow \text{Se multiplica por } xy. \\
 & 6x^2y^2 & -\ 4xy^2 & +\ 6y^2 & \leftarrow \text{Se multiplica por } 2y. \\
\hline
3x^3y^2 & +\ 4x^2y^2 & -\ xy^2 & +\ 6y^2 & \leftarrow \text{Se adiciona } n \text{ los términos semejantes.}
\end{array}$$

Ejemplo 5

Observa cómo se realizó esta multiplicación. ¿Qué ventaja crees que tiene respecto a la estrategia anterior?

$$\begin{array}{llllll}
8a^2b & -\ 4b & +\ 6c & & & \\
\times & \quad 2ab & +\ c & & & \\
\hline
16a^3b^2 & -\ 8ab^2 & +\ 12abc & & & \\
 & & & +\ 8a^2bc & -\ 4bc & +\ 6c^2 \\
\hline
16a^3b^2 & -\ 8ab^2 & +\ 12abc & +\ 8a^2bc & -\ 4bc & +\ 6c^2
\end{array}$$

Ejemplo 6

Observa cómo se calcula el siguiente producto. Explica el proceso en cada paso.

$$(m^2 + n^3 + z^4)(p^2 - q^3) =$$

$$(m^2 \cdot p^2) + (n^3 \cdot p^2) + (z^4 \cdot p^2) - (m^2 \cdot q^3) - (n^3 \cdot q^3) - (z^4 \cdot q^3) =$$

$$m^2 p^2 + n^3 p^2 + z^4 p^2 - m^2 q^3 - n^3 q^3 - z^4 q^3$$

Ejemplo 7

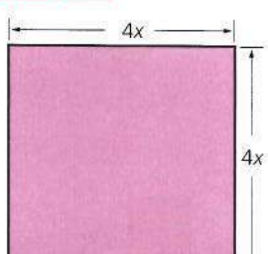


Figura 2.11

La Figura 2.11 se puede descomponer en dos cuadrados, uno de $4x$ de lado y otro de lado x.

Entonces, la superficie de la figura se obtiene al resolver la siguiente expresión:

$$(4x)(4x) + (x)(x)$$

Se simplifica la expresión y se obtiene:

$$(4x)(4x) + (x)(x) =$$

$$16x^2 + x^2 = 17x^2$$

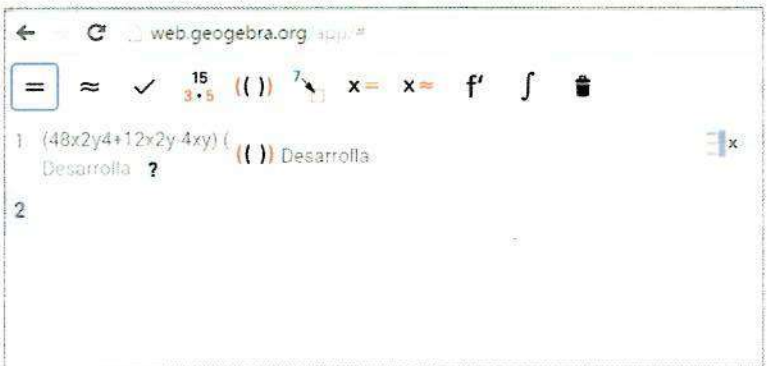
El área de la figura es $17x^2$.

4 Multiplicación de polinomios

MatemaTICS

Multiplica polinomios usando Geogebra

Cuando usas Geogebra (software de matemáticas dinámica) puedes multiplicar expresiones algebraicas, usando la ventana de calculo simbólico (CAS).



- Ubícate en la ventana CAS o cálculo simbólico.
- Al lado derecho del número 1 escribe la expresión que quieres resolver, es decir, los polinomios que deseas multiplicar.
- Para hallar el valor de la multiplicación, da clic en (( )). Luego, obtendrás el valor final de la multiplicación.

- Determina si $(48x^2y^4 + 12x^2y - 4xy)(4ab + 2) \neq (4ab + 2)(48x^2y^4 + 12x^2y - 4xy)$. Justifica tu respuesta.
- Usa Geogebra para decidir si cada una de las siguientes operaciones son verdaderas.

a. $\left(\frac{1}{3}m^2nq^4 + 3x + 2\right)(8x^2 + 1) = \frac{8}{3}m^2nq^4x^2 + \frac{1}{3}m^2nq^4 + 24x^3 + 16x^2 + 3x + 2$

b. $(2mn^4 + 2y^3)\left(3 + mna^2 - \frac{1}{4}b^2\right) = -\frac{1}{2}b^2mn^4 + 2mn^4mna^2 - \frac{1}{2}b^2y^3 + 2mna^2y^3 + 6mn^4 + 6y$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Resuelve las multiplicaciones entre monomios.

a. $(-6x^3)(7x^4)$
b. $(2y^8)(9y^9)$
c. $(3y)(y^2)$
d. $(x^2)(-2x^2)$
e. $(-3x^2y)(2x^3y)$
f. $(-2xy)(-2xy)$
g. $(2x^2yz^3)(3x^3yz^3)$
h. $(x^{10}yz^3)(3x^3yz^3)$
i. $(3x^5y)(4x^6y^6z^6)$
j. $(-2y^5z)(x^2z)$

2 Relaciona los siguientes productos con sus respectivos resultados.

a. $(9x^3 + y^2z)(x^3y^4z)$	$-3x^3y^3z - 3y^3z^4$
b. $(x^2z)(3x^2y^3 + z^4)$	$6x^7y^7 - 2xy^8$
c. $(-3y^3z)(x^3 + z^3)$	$9x^6y^4z + x^3y^6z^2$
d. $(2x^6y^2)(2x^3 - y^7z^2)$	$3x^4y^3z + x^2z^5$
e. $(-3x^6 + y)(-2xy^7)$	$-16x^4y^3 - 4xy^4$
f. $(-4x^3 - y)(4xy^3)$	$4x^9y^2 - 2x^6y^9z^2$

3 El producto de dos polinomios es $10x^3 - 15x^2 + 20x$. Si uno de los polinomios es $2x^2 - 3x + 4$, ¿cuál es el otro polinomio?

Comunicación

4 Determina el polinomio que representa el área de cada una de las siguientes figuras.

a.

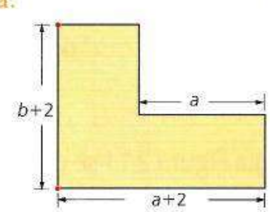


Figura 2.12

b.

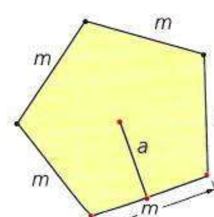


Figura 2.13

c.

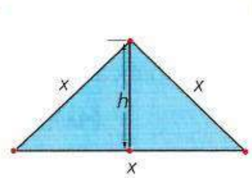


Figura 2.14

d.

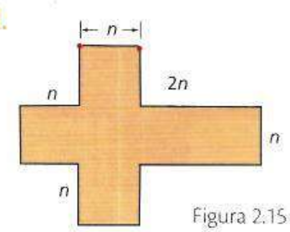


Figura 2.15

5 Indica si el resultado de las siguientes operaciones es correcto (C) o incorrecto (I).

a. $(7x + 6)(2x) = 14x + 6x^2$ ( )

b. $x(3x^3 + 2y^2) = 3x^4 + 2xy^2$ ( )

c. $(2x - 1)(2x+1) = 4x^2 + 1$ ( )

d. $5xy^3 (x^4+2y^5) = 5xy^3+10xy^8$ ( )

e. $(x+1)(x + 1) = x^2+1$ ( )

f. $3xy(3x^2 - 7y^2) = 9x^3y - 21xy^3$ ( )

g. $x^3(x^2 + y^3) = x^6 + x^3 y^3$ ( )

Comunicación

6 Identifica el error que se cometió en las multiplicaciones.

a.

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 6x - 4 \\ 3x - 2 \\ \hline -10x^2 - 12x + 8 \\ 15x^3 + 18x^2 + 12x \quad\quad \\ \hline 15x^3 + 8x^2 + 0x + 8 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 3x^3 \quad\quad - 8x + 4 \\ 2x^2 + 5x - 1 \\ \hline -3x^3 \quad\quad + 8x - 4 \\ 15x^4 \quad\quad - 40x^2 + 20x \quad\quad \\ 6x^5 \quad\quad - 16x^3 + 8x^2 \quad\quad\quad\quad \\ \hline 6x^5 + 15x^4 - 13x^3 - 32x^2 + 28x - 4 \end{array}$$

7 Completa las siguientes operaciones con el polinomio que les hace falta.

a. $(-x + 5)$ ______ $= -3x^2 + 15x$

b. ______ $(-x + 5) = 9x^2 + 9x$

c. $(3x)$ ______ $= 12x^2 - 18x$

d. $(-3x^3)(x^2 - 3) =$ ______

e. ______ $(4x^3y - 5xy^3) = 16x^5y^3 - 20xy^3x^2y^2$

f. $(9x)(3x^2 + 5x - 3) =$ ______

Razonamiento

8 Relaciona cada figura geométrica con el polinomio que representa su área.

a. $5x^2$

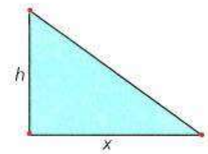


Figura 2.16

b. x^2

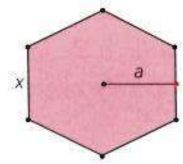


Figura 2.17

c. $\frac{6ax}{2}$

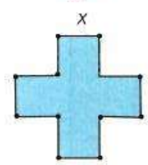


Figura 2.18

d. $\frac{xh}{2}$

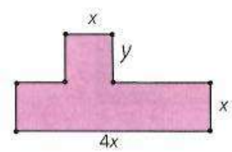


Figura 2.19

e. $4x^2 + xy$

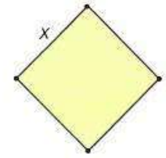


Figura 2.20

Resolución de problemas

9 Un lado de un rectángulo se representa con el polinomio $x + 3$ y el otro lado, con el polinomio $3x + 1$. A partir de esta información, determina:

a. El área del rectángulo en términos de x.

b. El área del rectángulo si $x = 2$ cm.

Evaluación del aprendizaje

Se cuenta con un prisma rectangular como el de la Figura 2.21. Resuelve.

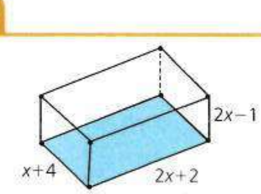


Figura 2.21

a. Halla el polinomio que representa el área de la base.

b. Determina un polinomio que represente el volumen del prisma rectangular.